

第1章～第2章 ボーナス資料

- 序章 -

主要コースでは意図的に内容を簡単にしましたが、もっと多くの問題や様々な議論、解説が欲しいと思いませんか？もしそうであれば、この資料はあなたに最適な内容です！このファイルには第一章と第二章のいくつかのアクティビティに関連する資料が収められています。

パズルについては、多くの解答例が示され、作成方法についての追加の解説も記載されています。EFM(Early Family Math)プログラムは、初期の数学は家族で一緒に取り組むべきものだという考えに基づいており、お子さんがあなたと一緒に取り組むパズルを作ることは、そのプロセスにおいて重要な役割を果たします。各パズルのコツをつかめば、ほとんどのパズル、あるいはすべてのパズルを簡単に作成できるようになるでしょう。

この資料には、難易度の違うさまざまなパズルの作成方法について、これから紹介するページに多くの提案や例が記載されています。常に最も簡単なパズルから始めてください。子供にとって、少し易しすぎるパズルで成功や理解、楽しさを経験させる方が、難しすぎるパズルで挫折や落胆させてしまったり、過剰な挑戦をさせるよりもはるかに良いことです。子どもが算数に自信と熱意を持つようになったら、徐々に難易度を上げていく時です。また、すべてのパズルがすべての人にとって楽しいというわけではないので、お子さんに合わないパズルやアクティビティに無理に取り組ませる必要はありません。

この特典資料では以下のトピックを解説しています。

- 第1章 - 間違い探しゲーム
- 第2章 - 島に橋をかけよう(数を数える)
- 第2章 - 線対称の図形を切り取る
- 第2章 - 1と2を使ったニム
- 第2章 - 点をつなぐ
- 第2章 - 図形を使った数独
- 第2章 - ジグソーパズルを使った数独
- 第2章 - 不等式を使った数独
- 第2章 - 嘘つきをさがそう
- 第2章 - 15ピースのスライドパズル

- 法的情報 -

すべての家族は、一緒に数学を学び、楽しむ機会を持つべきです。この目的のために、「Early Family Math」には、家族や教育者が非営利目的でのみ許可なく編集、翻訳、複製、および配布できる数学教材のコレクションが含まれています。

第1章 - 間違い探しゲーム

このアクティビティは、お子さんに4つのものを見てもらいその中の1つにはないけれど、他の3つには共通することを見つけるというものです。以下は、例題とその説明の簡単なリストです。子どもたちは様々な視点から物事を見る力があります。そんな彼らの意見をよく聞き、意見が独創的でありながら筋が通っているかを確認する価値が十分にあります。

お子さんにこの4つのものを出题する方法はいくつかあります。最も簡単な方法は、それぞれを声に出して読み上げることです。それぞれを絵にしやすい場合は、紙に描いてみるのも良いかもしれません。アイテムが描きにくい場合、広告や雑誌にある写真や図を切り抜いてみたりするのもよいでしょう。また、1枚の写真にたくさんのアイテムがのっている場合、それらを指さして使うのもよいでしょう。

このようなアクティビティで、お子さんが解き方を学んだら、お子さんとあなたの役割を逆転させることもよいでしょう。お子さん自身が解くための問題を作成することには多くの学びがあります。前述の通り、お子さんの視点は大人の方とは大きく異なる場合があるため、注意深く聞きましょう。

- 4つのうちのグループ -

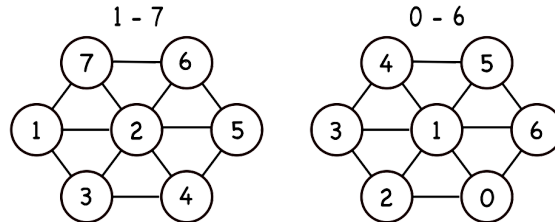
最初に例を示します。

- うさぎ、いぬ、ちょうちょ、まくら - 最初の3つは動物ですが、まくらは動物ではありません。
- バナナ、チーズ、ハンマー、ニンジン - 食べられないものはハンマーだけです。
- チーズ、靴、コート、シャツ - チーズ以外はすべて衣類です。
- 赤い三角形、穴のある赤い四角、緑の四角、穴のない赤い四角 - 最初の3つのいずれもが答えになる可能性があります。赤い三角形は、四角形ではない唯一の形です。穴の開いた赤い四角だけがソリッドではありません。緑の四角は赤ではない唯一のものです。
- 犬、猫、ライオン、金魚 - ライオンはこの中でペットとして許可されていない唯一の動物であり、他の動物よりもはるかに大きい。この中の3匹はそれぞれ4本の足を持ち、陸上に住んでいます。魚には足がなく、水中に住んでいます。
- バラ、かし、カエデ、松 - バラ以外はすべて木です。
- ベンチ、テーブル、ソファ、椅子 - テーブルは、座ることができない唯一の家具です。ソファは他のアイテムよりも柔らかいです。
- ワンワン、プップー、虹、カチッ - 虹は音ではありません。
- 靴下、ズボン、歯ブラシ、帽子 - 着れないのは歯ブラシだけです。
- 椅子、傘、ソファ、スツール - 座れないのは傘だけです。
- アリ、ブタ、クモ、バッタ - 虫ではないものはブタだけです。

このゲームでは、言葉の代わりに写真を使うこともできます。このゲームを遊ぶために使える広告、雑誌、またはその他の場所から写真を切り取る習慣を身に付けましょう。

第2章 - 島に橋をかけよう(数え方)

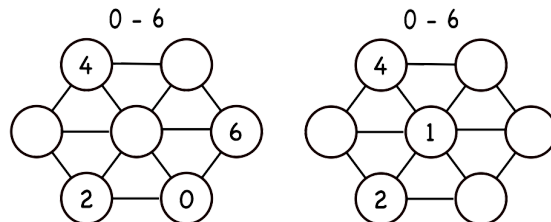
それぞれの島(円)には番号が振っており、他の島と紙に描かれた橋(線)で結ばれています。このアクティビティの目的は島を順番に通る道順を見つけることです。



最も簡単な問題には、上の図のように1から7までの数字が既に振ってあります。1以外の数字から始め、いくつかの数字を省くことでゲームに変化を加えることができます。

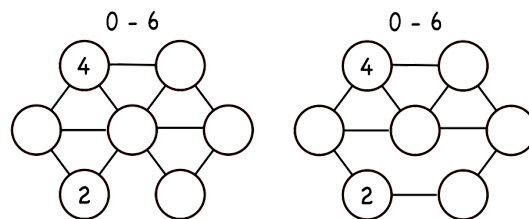
お子さんが数え方を十分理解しているのであれば、数字が降ってある問題は簡単です。数を数える練習にもなりますし、パズルを解く自信をつけるのにもよいでしょう。難易度が高いのは、数字が抜けているパズルです。

最初は少しの数字を省き、徐々に省く数を増やすことで難易度を少しずつあげることができます。



最初の問題はひとつ飛ばして数字を省いているため、比較的簡単に数字を埋めることができます。例えば1は0と2と隣り合う必要がありますが、上の図でその条件に当てはまる島はひとつだけです。3は2と4の隣にくる必要があります、1の島を見つけたら、3の条件を満たす島は1つだけです。5は残りの場所で4と6の隣り合う島になります。

2番目の問題は少し難しくなっています。3は2と4と隣り合う必要があります、当てはまる島が一つだけです。5は4の隣り合うので、これも当てはまる島は一つだけです。6は5の隣の島が一つあります。最後に残った島は残った数字、0になります。



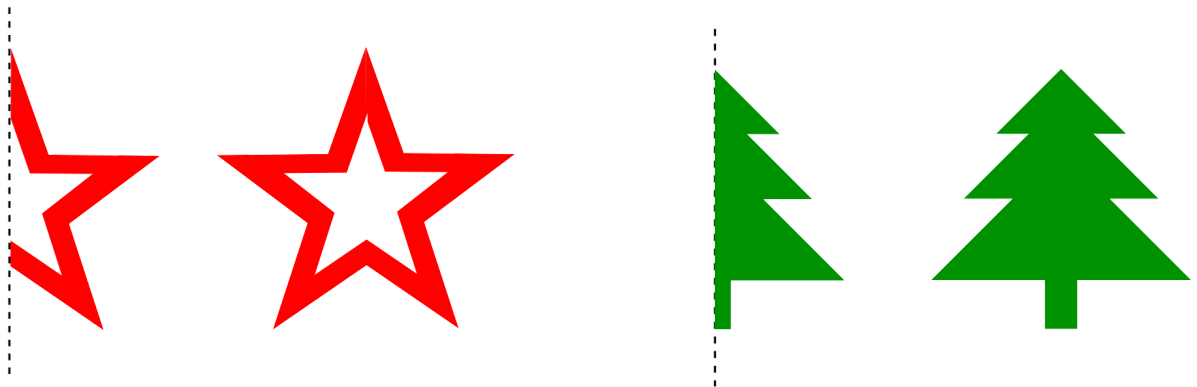
この問題をさらに難しくするためには、数字の1といくつかの橋を除いてみましょう。様々な変化を加えたり、お子さんに作らせてみるのもよいでしょう。

第2章 - 線対称の図形を切ってみよう

一枚の紙を半分に折り、切り取って形を作ります。これは切り紙と呼ばれます。

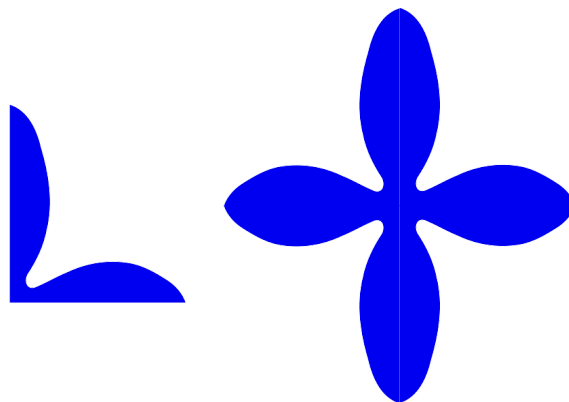
- 1つ折り -

紙を半分に折って切り取ると、片方が鏡に映った像を作ることができます。顔やランプ、幾何学模様を試しに切ってみましょう。以下の2つの例（星と木）は、1つ折りで作ることができます。左側が半分に折りたたまれた像で、右側が広げた状態の像です。



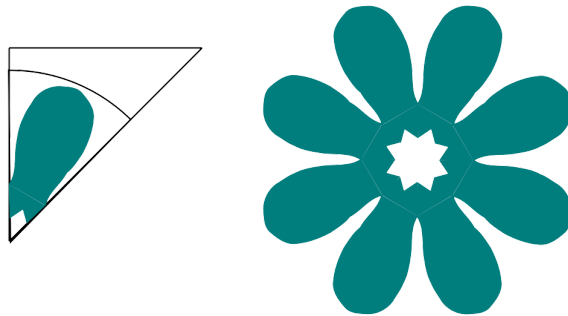
- 2つ折り -

紙を半分に一度折り、さらに縦方向に半分に折って模様を切り取ると二つの線に対して鏡に映った像を作ることができます。こうすることで花などを簡単に作ることができます。以下の例は左が2回折った後に切りとった形、右がそれを広げた時の全体図です。



- 3つ折り -

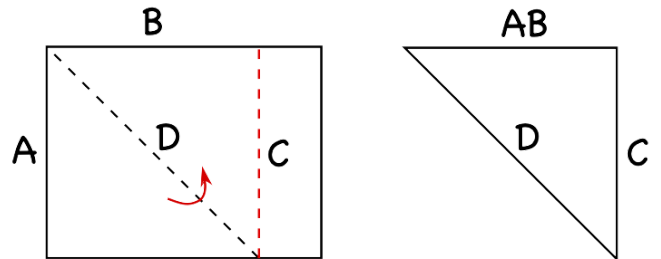
さまざまな折り方や切り方を試してみましょう。以下の図は2回折った紙を、前の折り目の角を通るようにもう1回斜めに折って切り取ったものです。



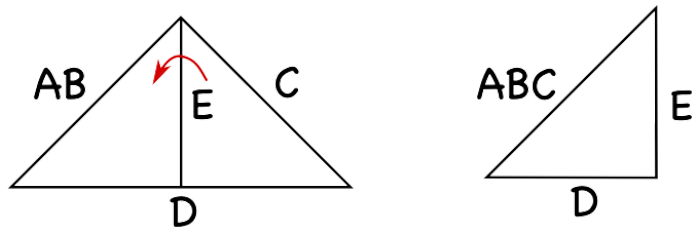
- 雪の結晶 -

これは六角形の雪の結晶を作るための手順です。少し手間がかかりますが、練習すれば早く簡単にできるようになります。

まず、普通紙を用意し、図のAとBマークが付いた2辺が合うように、一つの角を合わせて三角に折ります。折ったまま、三角からはみ出る場所をCの線に沿って切ります。



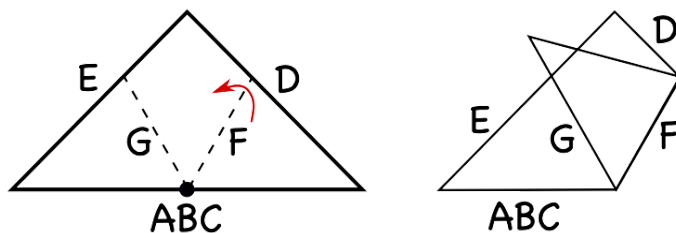
先ほど作った三角形を半分に折り、辺ABと辺Cが重なるようにします。



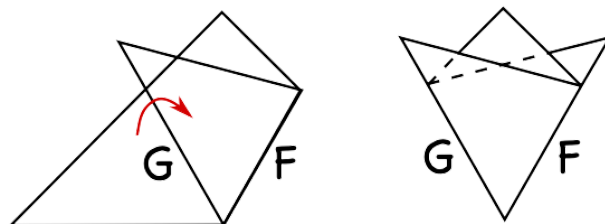
この三角形を一旦折り、点線の一番下でABCの中央に印を付けたあとに開きます。



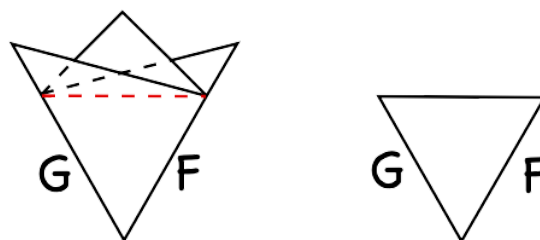
Fを折ります。Fを折るときにはGのラインがABCとFラインで作られた角度の半分になるように調整します。



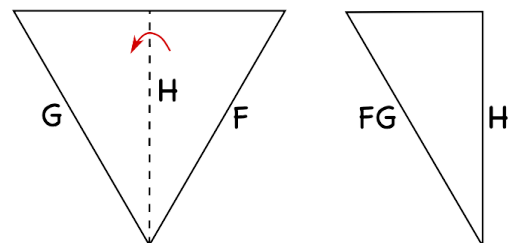
Gに沿って折ります。新しく折った箇所がもう一方の紙の下にくるようにします。



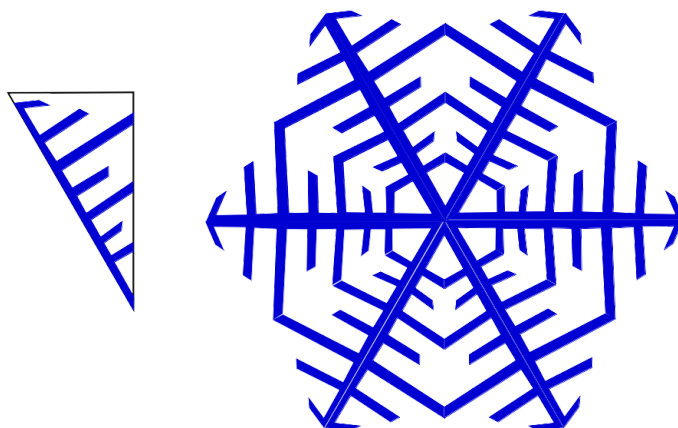
厳密には必要ありませんが、この図の上部は切り取った方がよいでしょう。そうしておかないと、紙がすべて重なっていない部分を使ってしまうかもしれないからです。



最後に、この三角形を半分に折りましょう。ついに、模様を切り取る準備ができました！



さまざまな模様や色の組み合わせを試して、楽しんでみてください。



第2章 - 1と2を使ったニム

- ルール説明 -

例えば最初に目標とする数を10と決めましょう。お子さんに先攻か後攻かを選んでもらいます。合計は0から始まります。それぞれの番の時に合計数に1または2を足し算し、最初に決めた数字に到達した人が勝ちです。

このゲームは引き算で遊ぶこともできます。目標の数字を10として始め、プレイヤーは各ターンで1または2を引き算します。最初に0になった人が勝ちになります。

このゲームに少し変更を加えたい場合は、最初に目標とした数字に到達したり、その数字を越えたプレイヤーが負けるルールにしてみましょう。また、プレイヤーがそれぞれの番に1、2、3のいずれかを足し算（または引き算）をするルールにするとどうなるかを実験してみるのも良いでしょう。

- ゲームについて -

何も分析しなくても、このゲームは楽しく遊べ、1と2の足し算や引き算の練習にもなります。これだけで終わらせることもできますが、2つの優れた問題解決の方法として、1) 単純な例から学ぶこと、2) パターンを探すことをお子さんに示すことができる良い例です。

上に書かれたどのルールでもこの問題解決の方法を学習できます。10から引き算し、0にたどり着いた人が勝つルールを見てみましょう。この例の難しいところは、10が0から遠すぎることです。もう少し簡単な例を見てみましょう。子ども達とこの簡単なルールで遊ぼうとすると、1から始めるのはばかげているように思えるため、通常5か6から始めたがりますが、実際にはそうすべきです！できるだけシンプルに始めるのが最善の策である場合がよくあります。実際に1から始めてみましょう。あなたが先攻であれば、1なので勝ちになります。次のいくつかの数字の場合を見てみましょう。2でも、あなたの勝ちです。数字が3の場合はあなたは負けます。1を引いても2を引いても、相手に勝ちポジションを与えるため対戦相手が勝ちます。数字が4の場合、最初にあなたが1を引けば相手は負けるポジションに追い込まれるため、あなたが勝つことになります。このように数字を増やしていくと、次の表の結果が作成できます。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
勝ち	勝ち	負け	勝ち	勝ち	負け	勝ち	勝ち	負け	勝ち

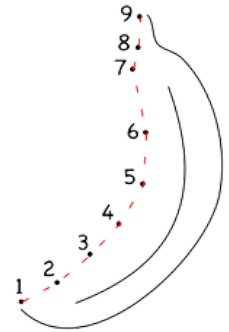
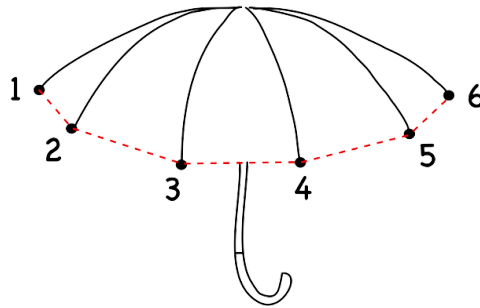
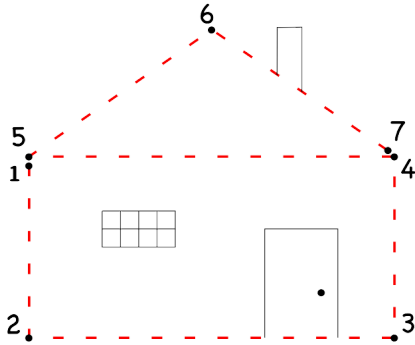
この表を見れば、3つの繰り返しパターンがあることは明らかです。10から始めるときは、先行で1を引きたくなるでしょう。シンプルなバージョンを検討すると、分析は素早く簡単に行うことができ、難しい分析は必要ありません。これで、あなたはもうこのゲームの達人です。どの数字から始めても、何をすべきか分かっています！この基本的なゲームのどのバージョンも、同じように簡単に分析できます。

上の表で勝負パターンが3つずつなのはなぜか疑問に思うでしょうか？1人のプレイヤーが3の倍数で負ける数字にはまると、それ以降のすべてのペアの動きは、負けたプレイヤーが1を引けば相手は2を引く、負けたプレイヤーが2を引けば相手は1を引く、というように、すべて合計が3になるようにすることができるためです。

第2章 - 点をつなぐ

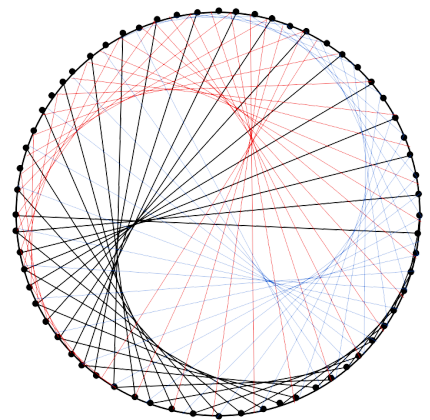
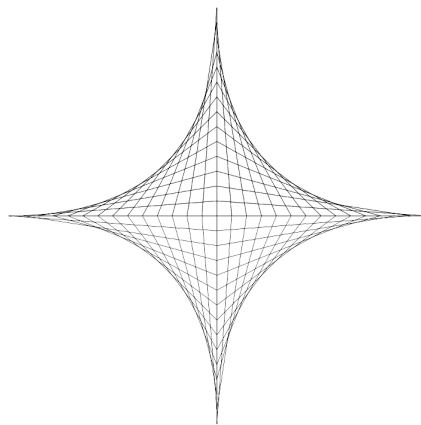
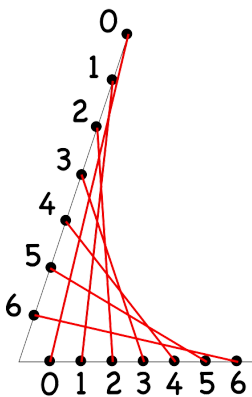
- 周りのものを点で描く -

番号が振られた点を線につないで、楽しい絵を描いてみましょう。例えば、家を描いた簡単な絵から、いくつかの直線を消して、番号を振った点に置き換えます。それらを順番につなげると、元の絵が再現されます。



- 角度で幾何学模様を作る -

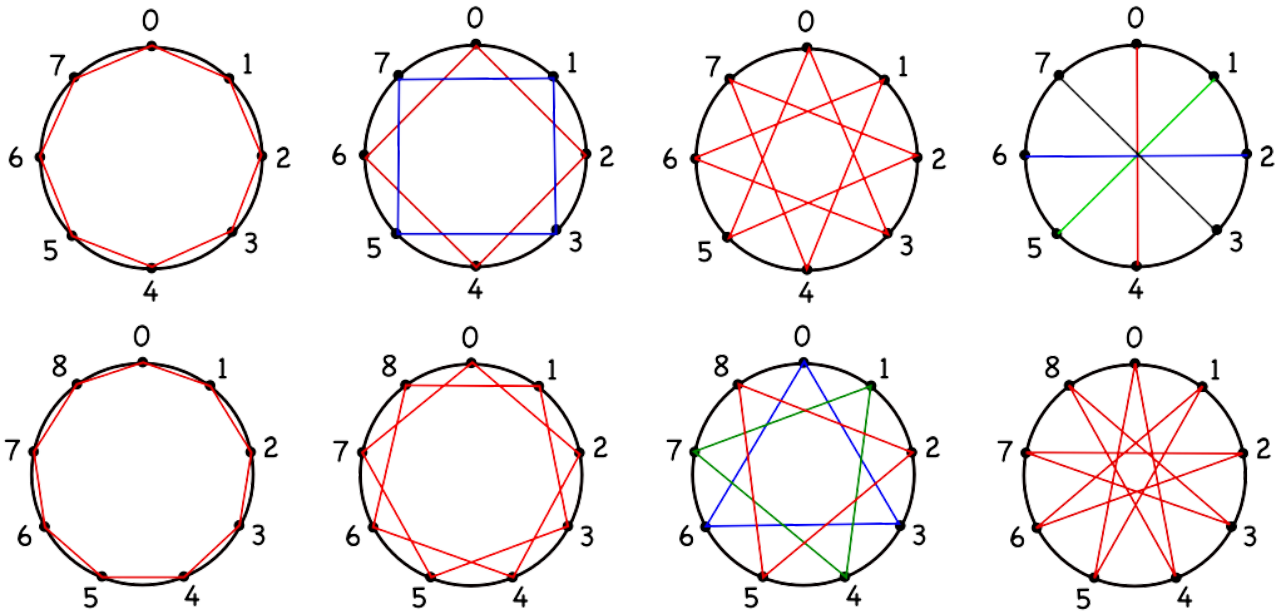
角の対辺に沿って同じ数字の点を結んで抽象的な絵を描きます。数字は必要ないかもしれませんが、必要であれば自由に省略しても問題ありません。お子さんに色を塗ってもらうと、模様をよりカラフルに見せることができます。オンラインで「ストリングアート」で検索すると多くの例を見つけることができます。下の円の絵は、線分の片側を1点ずつ先に進め、もう片側を2点ずつ先に進めて描いたものです。



- 円でパターンを作る -

こちらは上に記したアイデアの特殊なケースです。円の上に、8個か9個の点を等間隔に並べます。お子さんは点と点を番号順や1つ飛ばし、2つ飛ばしで繋げていろいろなパターンを作り遊ぶことができます。このアクティビティで点つなぎをやりやすくするには押しピンをダンボール紙や板に取り付けて、糸を使用してピンどうしを繋げることもできます。

お子さんが自分で作ったパターンに興味を持っている場合は、保護者の方からこんな質問をしてみましょう：
 点が8つある円の場合、1つ飛ばし、3つ飛ばし、5つ飛ばし、7つ飛ばしは一本の糸で繋げられるのに、2つ飛ばし、4つ飛ばし、6つ飛ばしでは2本か4本の糸が必要になるのはなぜかな？ 似た質問で、点が9つある円の場合、1、2、4、5、7、8つ飛ばしは一本の糸で繋げられるのに、3と6つ飛ばしの際は3本も糸が必要になるのはなぜかな？ 2、4と6は8と共通の因数があり、3と6には9と共通の因数があることをお子さんはまだ理解できないかもしれませんが、パターンを知っておくことで後々役に立つかもしれません。



第2章 - 図形を使った数独

- 序章 -

これはお子さんにとって初めての算数パズルです！また、お子さんが成功や楽しさをたくさん味わえるように、そしていら立ちが少なくなるよう、とてもゆっくりと進めていきましょう。

これらの4x4マス数独のルールはとてもシンプルです。まず、この数独には4種類の形があります。それぞれの形は、パズルのすべての行と列、そして角に隣接する2x2のマスに入っています。この数独を遊ぶ際、動かしやすいカードを使用することでお子さんが様々な答えを見つけやすくなります。

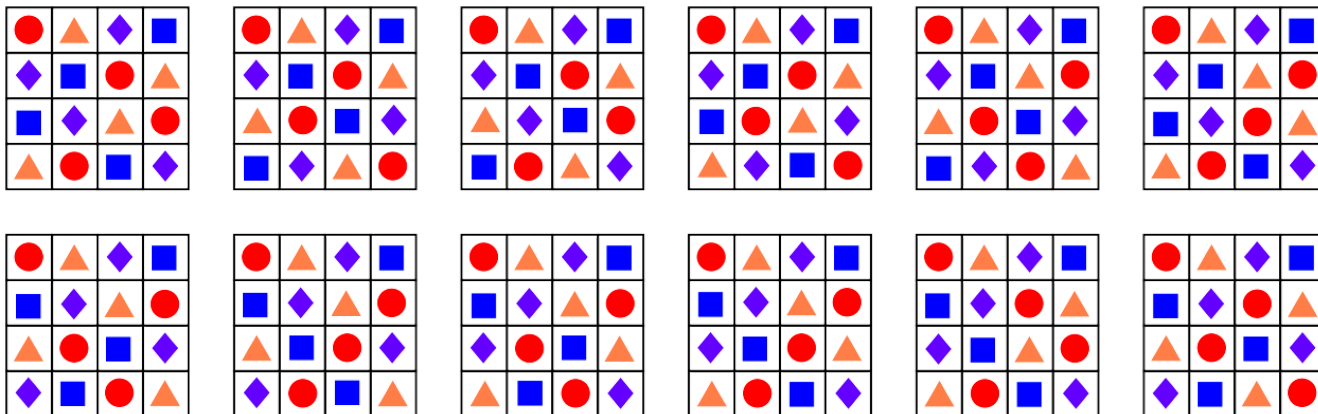
最初に作るパズルは、各列からコマが1つずつ欠けるようにします。お子さんがこのパズルを理解し、解けるようになったら、より難しいパズルに進めますが、焦りは禁物です。

一番簡単な作り方は、完成した数独から形を取り除くことです。そのために、完成した数独をいくつか用意しました。完成したパズルの後に、完成したパズルからパズルを作成する方法のいくつかを記載しています。

- 完成例 -

完成した数独のコレクションを渡す前に、一つ注意していただきたい点があります。例えば完成したパズルの丸と三角を入れ替えたり、ひし形と四角を入れ替えたりして、「新しい」パズルを作ることができます。

下の例は互いに明らかに異なっており、入れ替えを行うことでは互いに同じものを作ることはできません。お望みなら、このような入れ替えをすることで、もっと多くの例を作ることができます。



- 完成された数独から新しい数独を作成する方法 -

完成した数独があれば、次のいずれかの方法でユニークな解答を持つパズルを作ることができます。一般的に、削除する形が多いほど難易度が上がります。

- 各行または列から形を一つ取り除きます。
- 角に隣接する 2×2 マス（右上、右下、左上、左下）から形を一つ取り除きます。
- 数独全体から一種類のかたちをすべて取り除きます。
- 一つの 2×2 マスからすべてのかたちを取り除きます。
- 一行と一列のすべてを削除します。
- 一種類の形をすべて取り除き、他の種類からは一つずつ取り除きます。
- 角に隣接し対抗した二つの 2×2 マスからすべてのかたちを取り除きます。
- 角に隣接し対抗した二つの 2×2 マスからすべてのかたちを取り除き、残りの 2×2 マスからかたちを一つずつ取り除きます。

この他にも様々な方法があります。ここでは、パズルを素早く作るための確実な一般的な方法として紹介しました。

第2章 - ジグソーパズルを使った数独

数独は 図形を使った数独 と似ていますが、唯一の違いは図形が数字に置き換わることです。お子さんが数字を認識する準備ができていない場合は、ドットの数で代用することもできます。パズルを消すのを防ぐために、番号のついた（または点のついた）紙を使います。

4x4のパズルでは、各行と各列には1から4までの数字が1つずつあります。また、マークされた領域内にも1から4までの数字が1つずつあります。

お子さんのためにこれらのパズルを作成するには、数字が書かれた紙片を動かせる状態で完成したパズルを用意し、その紙片のいくつかを取り除きます。

- 4x4のパズル -

2x2の角に隣接する領域からできている4x4のパズルは、前にお話した「図形を使った数独」のパズルとまったく同じです。前のページに戻って、これらの問題の解決策を確認できます。図形を使った数独を数独に変換するには、各色の図形を数字に置き換えます。例えば、赤い円は1、オレンジ色の三角形は2、紫のひし形は3、青い四角形は4とします。

1	2	3	4
4	3	1	2
2	1	4	3
3	4	2	1

1	2	3	4
4	1	2	3
3	4	1	2
2	3	4	1

1	2	3	4
4	1	2	3
3	4	1	2
2	3	4	1

1	2	3	4
2	3	4	1
3	4	1	2
4	1	2	3

1	2	3	4
4	3	1	2
3	4	2	1
2	1	4	3

1	2	3	4
4	3	1	2
3	4	2	1
2	1	4	3

1	2	3	4
4	3	1	2
3	4	2	1
2	1	4	3

1	2	3	4
4	3	1	2
2	1	4	3
3	4	2	1

- 5×5のパズル -

これらのパズルはあまりにも数が多いため、ジグソーパズルのすべての幾何学的な組み合わせを網羅することはできません。ここでは、何が可能なのかを示すのみにとどめています。お子さんは、5×5の正方形をそれぞれ5つの小さな正方形の5つのサブセクションに分割するさまざまな方法を試してみることができます。

5つの小さな正方形で構成されるピースは「ペントミノ」と呼ばれます。ペントミノを使って形を作るのはとても楽しいものです。厚紙を切り抜いてペントミノの形を作り、どんなデザインができるか試してみましょう！

1	2	3	4	5
4	5	1	2	3
2	3	4	5	1
5	1	2	3	4
3	4	5	1	2

1	2	3	4	5
2	3	4	5	1
4	5	1	2	3
5	1	2	3	4
3	4	5	1	2

1	2	3	4	5
3	4	5	1	2
2	3	1	5	4
5	1	4	2	3
4	5	2	3	1

1	2	3	4	5
4	5	1	2	3
3	4	5	1	2
2	3	4	5	1
5	1	2	3	4

- 6×6のパズル -

さて、これでゲームの基本的な理解ができました。実は他にも似たようなパズルがたくさんあります！ここでは、いくつかのアイデアを提供するために、2つの6×6のパズルを示しました。以前と同じように、お子さんと一緒に自分のゲームをデザインしてみてください。

1	2	3	4	5	6
4	5	6	1	2	3
2	3	4	5	6	1
5	6	1	2	3	4
3	4	5	6	1	2
6	1	2	3	4	5

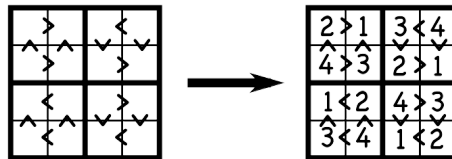
1	2	3	4	5	6
4	5	6	1	2	3
6	3	2	5	4	1
3	4	1	2	6	5
2	6	5	3	1	4
5	1	4	6	3	2

1	2	3	4	5	6
2	5	1	6	3	4
5	6	4	2	1	3
3	4	2	5	6	1
4	3	6	1	2	5
6	1	5	3	4	2

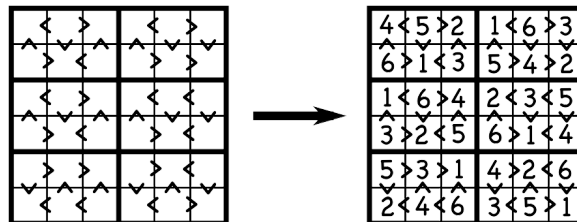
第2章 - 不等式を使った数独

不等式を使った数独のパズルは、通常の数独と同じルールで始まります。各行、各列、各サブ領域には、それぞれ1つの数字が1度だけ現れます。さらに、2つのセルの間に「より小さい」「より大きい」の記号がある場合、そのセル内の数字はその関係に従う必要があります。

これらのより多くの数独は、以前に行った通常の数独を使って作成できます。この教科書で以前に提供された数独の例はすべて、これらの新しいパズルを作成するのに役立ちます。同じ領域の空白のマス目に大なり記号と小なり記号を挿入します。すべての数字を記入せず、すべての不等式（より小さいまたはより大きい）を入力すると、通常、ゲームは簡単に解決できます。お子さんが最初に使う戦略として、最小の数字と最大の数字を配置すべき場所を探してみるのがよいでしょう。



お子さんがこれらのパズルを初めて学ぶ際には、すべての不等式と一部の数字を入れてください。徐々に、より多くの数字と不等式の一部を省略し始めるのがよいでしょう。



第2章 - 嘘つきをさがそう

誰かが絶対的な発言をし、他のプレイヤーはその人が嘘をついていることを示します。これは違った例を見つけるなどして行います。

- ほとんどの場合真実であるという簡単な発言 -

使用する文の一例として、何かが常に真実であるというものがあります。以下に、なぜそれが嘘であるのかの理由を簡単に説明したいくつかの例を挙げます。

- すべてのトラックには4つの車輪があります。 - 大型トラックには、多くの場合、6個、10個、またはそれ以上の車輪が付いています。
- すべての長方形は正方形です。 - 長方形の辺は同じ長さである必要はありません。
- すべての鳥が飛ぶことができます。 - ダチョウ、エミュー、キーウィは飛べない鳥です。
- 月は夜しか見えません。 - 日中でも月は見えます。
- すべての形状の側面はまっすぐです。 - 円には直線の辺がありません。
- すべての遊び場にはブランコがあります。 - 一部の遊び場にはブランコがありません。
- すべての部屋に椅子があります。 - 通常、寝室とバスルームには椅子がない場合が多いです。

- もし~ならば、ほとんどの場合~は真実ですという発言 -

発言のもう1つの形式は、「もし~ならば、~である」です。以下に、それらが嘘である理由の簡単な説明を含むいくつかの例を示します。

- 月曜日なら、今日は学校です。 - 月曜日が祝日の場合と、夏休みの間に月曜日があります。
- 3時間食べないとお腹が空く。 - ほとんどの人は、3時間以上眠っても空腹にならない。
- ある人が他の人より背が高い場合、背の高い人は背の低い人よりも年上です。 - 子どもは通常、成長すると親よりも背が高くなります。
- 太陽が輝いていれば、暖かい日です。 - 冬は晴れて寒いことがあります。
- 誰かが遅刻した場合、何か悪いことが起こったに違いありません。 - 不注意またはやむを得ない理由（交通、悪天候、車の故障）により、人が遅れることがあります。

第2章 - 15ピースのスライドパズル

- パズルの説明 -

このゲームの古典的なバージョンは、縦横5本の線で囲まれた4×4のマスのマス目からスタートします。マス目の大きさと同じ大きさの紙を15枚用意し、1～15までの番号を振ります。このゲームは、誰かが紙をマス目に配置するところから始まります。パズルの目的は、マス目の右下隅だけが空欄になるように紙片を並べることです。これを達成するために、空欄に隣接する紙片を空欄にスライドさせることができます。パズルをどのように設定するかによって、パズルが解ける場合と解けない場合があります。

4×4マス目は初心者には難しすぎるため、小さいマス目から始めます。マス目は、2×2からお子さんの希望に応じて大きくすることができます。番号付きシートのは数は、常にマス目の数よりも1つ少なくなります。たとえば、2×3のマス目では、1から5までのカードを使用します。



これらのパズルを作成するには、2つの方法があります。1つ目は、マス目をランダムに配置する方法で、この場合、マス目を解ける位置に配置できる確率は50%です。もう1つの方法は、最終的な位置に紙片を配置し、その後、ルールに即した一連の手順で紙片を移動させる方法です。移動が完了した時点で、パズルが解けることが保証されます。

- ゲームを解く -

子供たちがこのパズルで遊ぶ主な理由は、ピースを動かして楽しんでいるうちに偶然に解けてしまうことと、数字を順番に並べる練習になることです。シンプルな目的とは裏腹に、パズルに込められた深い考えについて考え始めるかもしれません。

問題解決への一般的なアプローチは、単純な問題や例から学ぶことです。それでは始めましょう。

一番小さい例は2×2です。このサイズの場合、行が最終的に 1 2 ; 3 0 または 1 3 ; 2 0 になることは明らかです。

2番目に小さいのは2×3です。このサイズの場合、最初に1と4を一番左の列に移動できます。これを行うと、パズルは 1 _ _ ; 4 _ _ のようになります。2×2の場合と同様に、最後の4つのマス目を完成させます。

2×4パズルも同様に処理されます。最初に1と5を一番左の列に移動します。次に、左から2番目の列に2と6を入れ、1と4はそのままにします。最後に2×2を解きます。

ここまでで、2行のパズルを解く方法を理解しましたが、2行以上の場合はどうでしょうか。たとえば、3行のパズルの場合、最初の行を正しく配置することから始めることができます。あとは1行目を維持しながら、次は2行パズルを解くのと同じになります。

同様に4つの行がある場合、最初の行が実行され、次に(最初の行に影響を与えずに)2番目の行が実行され、最後の2つは以前と同様に実行されます。

- このパズルは解けますか? -

これで、パズルを解く簡単な方法がわかりました。では、次の質問に移ります。どうすればパズルを見て、解けるかどうかを知ることができるでしょうか。

回答の説明をできるだけ単純にするために、必要に応じて、いくつかの簡単な操作を行って、一番下の行に空白の四角を配置します。次に、一つの長い行のリストを作成します。最初の行を最初に、2番目の行を2番目に、最後の行を最後にリストします。最後の行をリストするときは、空の四角は無視してください。

この長いリストを取り、その中の反転の数を数えます。リストの前の数字が後の数字よりも大きい場合、これを反転と呼びます。反転された数が偶数の場合ゲームは解けます。奇数であれば解くことはできません。

例として、このディスカッションの最初の3x3パズルを取り上げます。最初に4を2行目に移動します。次に、リストは6 1 2 4 8 5 3 7です。このリストには、6 1、6 2、6 4、6 5、6 3、4 3、8 5、8 3、8 7、および5 3の10組の数字が反転しています。反転の数が偶数なのでこのパズルは解けます。

なぜこのルールが成立するのでしょうか？ここでは詳細な解析は行いません。重要なアイデアは、移動するたびに反転の数に注意することです。最後の行にスペースを入れると、反転された数の対数は、1つ移動すると常に偶数に変化することがわかります。したがって、反転の数が奇数である場合、反転の数は決して0になることはありません。